



Factorización de polinomios por factor común mayor

Profa. María C. Yáñez Navarrete

Segundo semestre 2024-2025

Importante



Al final de esta presentación hay un enlace a una prueba corta de Forms. Debe obtener al menos un 80% en la prueba para aprobarla.

Le exhortamos a que estudie el módulo con detenimiento antes de tomar la prueba.

Objetivos



- Identificar factores comunes en un conjunto de monomios.
- Factorizar polinomios por factor común mayor.

Identificar factores comunes en un conjunto de monomios

Identificar los factores comunes



$$1 \times 30 = 30$$

$$2 \times 15 = 30$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$1 \times 42 = 42$$

$$2 \times 21 = 42$$

$$3 \times 14 = 42$$

$$6 \times 7 = 42$$

Los factores enteros positivos de **30** son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30.

Los factores enteros positivos de **42** son: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, y 42.

Los monomios **30xyz** y **42x** tienen en común los factores 1, 2, 3, 6 y la variable x.

El **factor común mayor** de estos monomios es **6x**.

Identificar los factores comunes



$$1 \times 15 = 15$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$1 \times 60 = 60$$

$$2 \times 30 = 60$$

$$3 \times 20 = 60$$

$$4 \times 15 = 60$$

$$5 \times 12 = 60$$

$$6 \times 10 = 60$$

Los factores enteros positivos de **15** son: 1, 3, 5 y 15.

Los factores enteros positivos de **60** son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 y 60.

Los monomios **$15x^5y^2z$** y **$60x^3y^{10}z$** tienen varios factores en común: 1, 3, 5, 15, y las variables x, y y z.

Por la regla de exponentes $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, $a \neq 0$,
y escogiendo el exponente menor de cada variable, tenemos que:

$$x^5 = x^3 \cdot x^2$$

y

$$y^{10} = y^2 \cdot y^8.$$

Estos monomios los podemos reescribir, respectivamente, como:

$$15 \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z \quad \text{y} \quad 15 \cdot 4 \cdot x^3 \cdot y^2 \cdot y^8 \cdot z.$$

El **factor común mayor** de estos monomios es **$15x^3y^2z$** .

Factorizar polinomios por factor común mayor

Un polinomio consiste en una **suma de términos**, cuyos coeficientes son cualquier número real, y los exponentes de las variables son números enteros mayores o igual que cero.

Factorizar un polinomio es escribirlo como un **producto de factores**.

$$\underbrace{5a + 15b + 10c}_{\text{Suma de tres términos}} = \underbrace{5(a + 3b + 2c)}_{\text{Producto de dos factores}}$$

Factorizar el polinomio $12x^3 + 40x^2 + 20x$



Hay dos métodos que se pueden utilizar para encontrar el factor común mayor de los coeficientes.

Método de listado

Factores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Factores de 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Factores de 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

El factor común mayor de los coeficientes es **4**.

Método de factorización prima

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

Las tres factorizaciones primas tienen en común $2 \times 2 = 4$.

De la parte variable se escoge la variable que esté en todos los términos y que lleve el exponente menor.

Por lo tanto, el factor común mayor de este polinomio es **$4x$** . A cada término se le extrae el factor **$4x$** , el cual se escribe fuera de unos paréntesis, y dentro se escriben los factores que quedaron de cada término.

$$12x^3 + 40x^2 + 20x = 4x \cdot 3x^2 + 4x \cdot 10x + 4x \cdot 5 = 4x (3x^2 + 10x + 5)$$

Factorizar el polinomio $12x^3 + 40x^2 + 20x$



En la página anterior está explicado el proceso para factorizar este polinomio.

¿Qué conseguimos al realizar el proceso llamado factorizar?

Este polinomio es una suma de tres términos, $12x^3$, $40x^2$ y $20x$,
y al factorizarlo queda expresado como el producto de dos factores.

Los factores de este polinomio son: el monomio $4x$ y el trinomio $3x^2 + 10x + 5$.

$$12x^3 + 40x^2 + 20x = 4x \cdot 3x^2 + 4x \cdot 10x + 4x \cdot 5 = 4x (3x^2 + 10x + 5)$$

Este proceso será útil más adelante, por ejemplo, cuando haya que simplificar expresiones racionales, o resolver ecuaciones polinómicas.

Factorizar el polinomio $-60xy^4 - 30x^2y^3 - 45x^3y^2$



Método de factorización prima

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

Las tres factorizaciones primas tienen en común $3 \times 5 = 15$.

Además, todos los términos tienen un factor -1 .

De la parte variable, escogemos la o las variables que estén en todos los términos y con el exponente menor. En este caso escogemos x y y^2 .

Por lo tanto, el factor común mayor de este polinomio es $-15xy^2$. A cada término se le extrae el factor $-15xy^2$, el cual se escribe fuera de unos paréntesis, y dentro se escriben los factores que quedaron de cada término.

$$\begin{aligned} & -60xy^4 - 30x^2y^3 - 45x^3y^2 = \\ &= -15xy^2 \cdot 4y^2 + -15xy^2 \cdot 2xy + -15xy^2 \cdot 3x^2 \\ &= -15xy^2 (4y^2 + 2xy + 3x^2) \end{aligned}$$

El polinomio de tres términos factoriza como el producto de dos factores:

$$\underbrace{-15xy^2} \quad y \quad \underbrace{4y^2 + 2xy + 3x^2}.$$

Factorizar el polinomio $42x^4y^5 - 18x^3y^7 + 12y^7$



Método de factorización prima

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

Las tres factorizaciones primas tienen en común $2 \times 3 = 6$.

De la parte variable, escogemos la o las variables que estén en todos los términos y con el exponente menor.

En este caso escogemos y^5 .

La variable x no está en el tercer término.

Por lo tanto, el factor común mayor de este polinomio es $6y^5$. A cada término se le extrae el factor $6y^5$, el cual se escribe fuera de unos paréntesis, y dentro se escriben los factores que quedaron de cada término.

$$\begin{aligned} 42x^4y^5 - 18x^3y^7 + 12y^7 &= \\ &= 6y^5 \cdot 7x^4 - 6y^5 \cdot 3x^3y^2 + 6y^5 \cdot 2y^2 \\ &= 6y^5 (7x^4 - 3x^3y^2 + 2y^2) \end{aligned}$$

Factorizar el polinomio $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$



La fracción $\frac{1}{8}$ se puede escribir como $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$,

por lo tanto ambos términos de este polinomio tiene en común el factor $\frac{1}{2}$.

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{8} =$$

$$= \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{4} \right)$$

Factorizar el polinomio $30x^5 + 10x^4$



Método de factorización prima

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$10 = 2 \times 5$$

Las dos factorizaciones primas tienen en común $2 \times 5 = 10$.

De la parte variable, escogemos la o las variables que estén en todos los términos y con el exponente menor.

En este caso escogemos x^4 .

Por lo tanto, el factor común mayor de este polinomio es $10x^4$. A cada término se le extrae el factor $10x^4$, el cual se escribe fuera de unos paréntesis, y dentro se escriben los factores que quedaron de cada término.

$$\begin{aligned} 30x^5 &+ 10x^4 = \\ &= 10 \cdot 3 \cdot x^4 \cdot x + 10 \cdot 1 \cdot x^4 \\ &= 10x^4(3x + 1) \end{aligned}$$

Referencias

- Tussy, A. & Koenig, D. (2020). *Matemáticas Básicas*. (5^{ta} ed.) Cengage Learning Editores
- Miller, Heerens & Hornsby. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. (12^{va} ed.) México: Pearson Education
- Tobey, Slater, Blair & Crawford. (2014). *Álgebra para principiantes*. (8^{va} ed.) Pearson



Para finalizar, haga clic sobre el enlace para tomar la prueba y enviar el informe a su profesor(a):

<https://forms.office.com/r/c1xpnH4vpH>

¡Gracias por utilizar los servicios del CDCCL!

Conozca más sobre nuestros servicios virtuales:
<http://generales.uprrp.edu/competencias-linguisticas/>