

facultad
estudios generales

Trazar gráficas de ecuaciones lineales

$$ax + by = c$$

Profa. María C. Yáñez Navarrete

Primer semestre 2024-2025

Importante



Al final de esta presentación hay un enlace a una prueba corta de Forms. Debe obtener al menos un 80% en la prueba para aprobarla.

Le exhortamos a que estudie el módulo con detenimiento antes de tomar la prueba.

Objetivos

- Verificar si un par ordenado es solución de una ecuación lineal.
- Localizar pares ordenados en el plano cartesiano.
- Completar una tabla de valores.
- Trazar la gráfica de una ecuación lineal $ax + by = c$.

Definiciones

Solución de una ecuación lineal

Una ecuación lineal de dos variables tiene la forma $Ax + By = C$, donde A, B, C son números reales, mientras que x y y son las incógnitas.

Una **solución** para esta ecuación es un par ordenado (x, y) que la hace cierta.

Por ejemplo, el par ordenado $(0, 8)$ es una solución de la ecuación $4x + 3y = 24$ porque, al sustituir los valores de x y y respectivamente, resulta en un enunciado cierto.

$$4x + 3y = 24$$

$$4(0) + 3(8) = 24$$

$$0 + 24 = 24$$

$$24 = 24$$

cierto

Soluciones de $4x + 3y = 24$



En la página anterior vimos que el par ordenado $(0,8)$ es una solución de la ecuación $4x + 3y = 24$.

También hay otros pares ordenados que son soluciones para esta ecuación lineal.

En realidad, **hay infinitos pares ordenados que son soluciones**. Veamos algunos.

El par ordenado $(6, 0)$
es una solución de
 $4x + 3y = 24$.

$$4(6) + 3(0) = 24$$

$$24 + 0 = 24$$

$$24 = 24$$

cierto

El par ordenado $(3, 4)$
es una solución de
 $4x + 3y = 24$.

$$4(3) + 3(4) = 24$$

$$12 + 12 = 24$$

$$24 = 24$$

cierto

Sin embargo, el par ordenado $(2,9)$
no es solución de
 $4x + 3y = 24$.

$$4(2) + 3(9) = 24$$

$$8 + 27 = 24$$

$$35 = 24$$

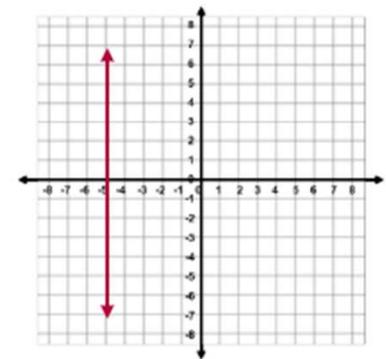
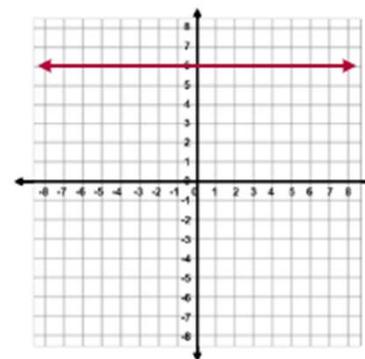
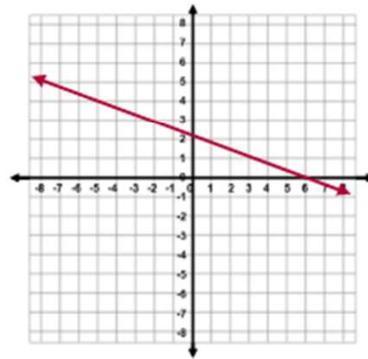
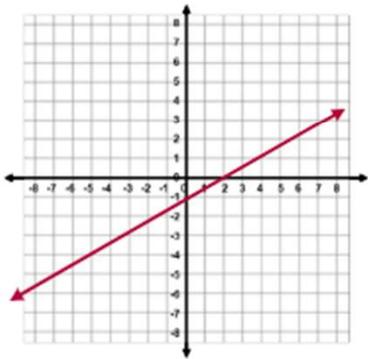
falso

Gráfica de una ecuación lineal



La **gráfica** de una ecuación lineal es **el conjunto de pares ordenados**, en el plano de coordenadas, **que son solución de la misma**.

La **gráfica** de toda ecuación de la forma $Ax + By = C$, donde A , B y C son números reales, y A y B no son ambos igual a 0, **es una recta**.



Gráfica de $4x + 3y = 24$



Para dibujar la gráfica de $4x + 3y = 24$, localizaremos, en el plano cartesiano, los pares ordenados que verificamos que son solución, y luego trazamos la recta.

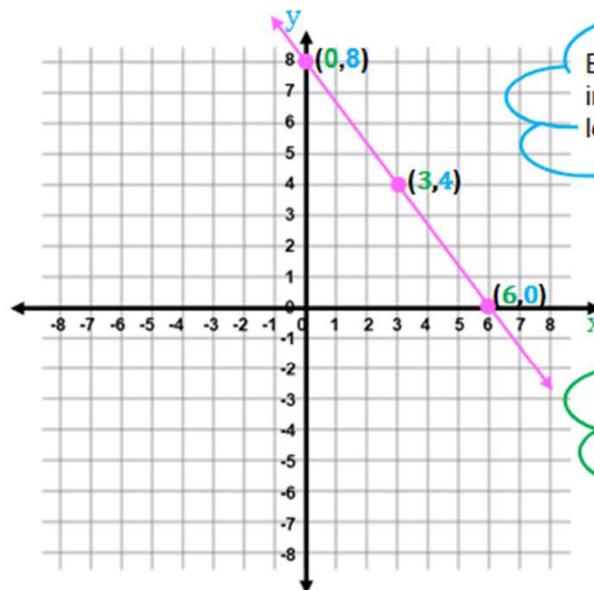
Esta recta está formada por los infinitos pares ordenados que son soluciones de la ecuación.

En las páginas anteriores vimos que los siguientes pares ordenados son soluciones de esta ecuación.

$(0,8)$

$(6,0)$

$(3,4)$



En el punto con coordenadas $(0,8)$ la recta intersecta o cruza el eje de y , a este punto se le llama **intercepto** en el eje de y .

Fijate que esta recta intersecta el eje de x en el punto con coordenadas $(6,0)$, este punto es llamado **intercepto** en el eje de x .

Gráfica de $4x + 3y = 24$



A los pares ordenados $(0,8)$, $(3,4)$ y $(6,0)$, los podemos colocar en una tabla de valores.

x	y
0	8
3	4
6	0
9	-4

Existe una infinidad de pares ordenados los cuales son soluciones de esta ecuación.

Si queremos buscar más soluciones, podemos escoger un número real y sustituirlo en la variable x , y luego despejamos la variable y para hallar el valor que le corresponde.

Y viceversa, podemos escoger un número real y sustituirlo en la variable y , y luego despejamos la variable x para hallar el valor que le corresponde.

Digamos que escogemos $x = 9$. Sustituimos 9 en la x y despejamos y .

$$4x + 3y = 24.$$

$$4(9) + 3y = 24$$

$$36 + 3y = 24$$

$$3y = 24 - 36$$

$$3y = -12$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \cancel{3}y = \frac{-12}{3} \\ \cancel{3} \\ 1 \end{array}$$

$$y = -4$$

Así que si $x = 9$, entonces $y = -4$.
Por lo tanto, el par ordenado $(9, -4)$ también es solución de esta ecuación.

Gráfica de $-2x + y = 6$



Podemos asignarle cualquier número real a la x , y entonces, hallar qué valor le corresponde a la y .

x	y
-2	
-1	
	2
	8
	0
0	

Podemos asignarle cualquier número real a la y , y entonces, hallar qué valor le corresponde a la x .

Si queremos hallar en qué punto la recta intersecta el eje de x , le asignamos 0 a la y .

Si queremos hallar en qué punto la recta intersecta el eje de y , le asignamos 0 a la x .

Gráfica de $-2x + y = 6$

Si $x = -2$,

$$-2(-2) + y = 6$$

$$4 + y = 6$$

$$y = 6 - 4$$

entonces $y = 2$

El par ordenado $(-2, 2)$ es solución de la ecuación y es un punto de la gráfica.

Si $x = -1$,

$$-2(-1) + y = 6$$

$$2 + y = 6$$

$$y = 6 - 2$$

entonces $y = 4$

El par ordenado $(-1, 4)$ es solución de la ecuación y es un punto de la gráfica.

x	y
-2	2
-1	4
2	10
1	8
-3	0
0	6

Si $x = 0$,

$$-2(0) + y = 6$$

$$0 + y = 6$$

entonces $y = 6$

El par ordenado $(0, 6)$ es solución de la ecuación y es el punto donde la gráfica cruza el eje de y .

Si $y = 10$,

$$-2x + 10 = 6$$

$$-2x = 6 - 10$$

$$-2x = -4$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-4}{-2}$$

$$x = 2$$

El par ordenado $(2, 10)$ es solución de la ecuación y es un punto de la gráfica.

Si $y = 8$,

$$-2x + 8 = 6$$

$$-2x = 6 - 8$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-2}{-2}$$

$$x = 1$$

El par ordenado $(1, 8)$ es solución de la ecuación y es un punto de la gráfica.

Si $y = 0$,

$$-2x + 0 = 6$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{6}{-2}$$

$$x = -3$$

El par ordenado $(-3, 0)$ es solución de la ecuación y es el punto donde la gráfica cruza el eje de x .



Gráfica de $-2x + y = 6$

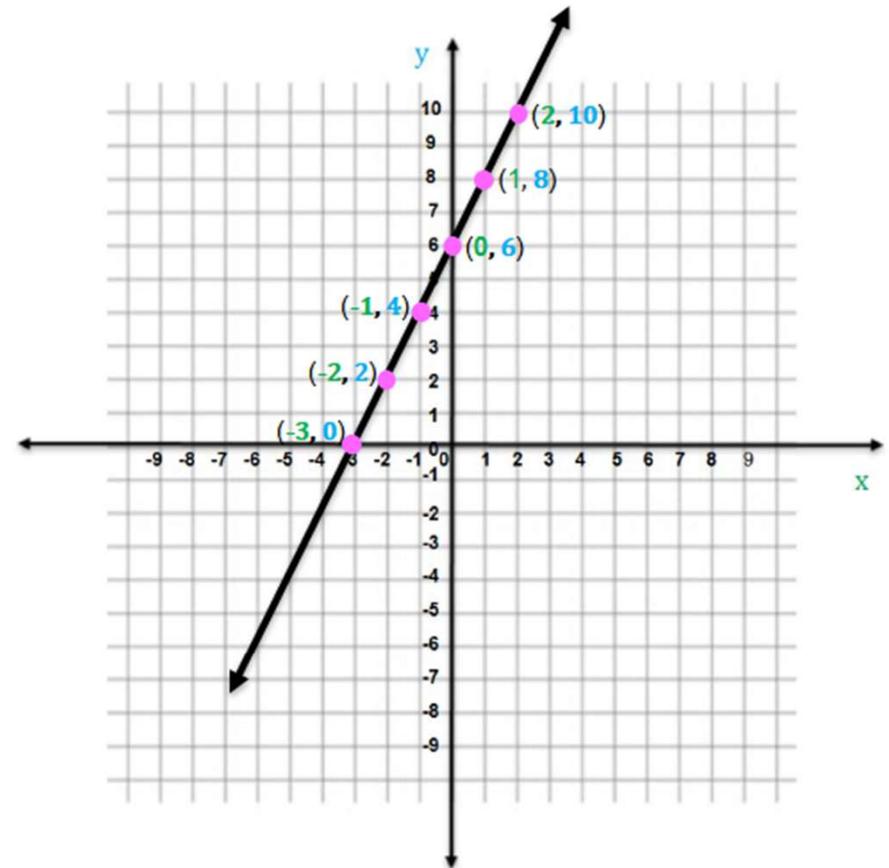


Localizamos los pares ordenados (x,y) en el plano cartesiano y trazamos la recta.

En esta tabla de valores, tenemos números enteros pues son más fáciles de localizar.

Esta ecuación está definida en el conjunto de los números reales, así que las variables pueden ser números no enteros.

x	y
<u>-2</u>	<u>2</u>
<u>-1</u>	<u>4</u>
<u>2</u>	<u>10</u>
<u>1</u>	<u>8</u>
<u>-3</u>	<u>0</u>
<u>0</u>	<u>6</u>



Gráfica de $5x + 2y = 10$



Es una buena idea primero despejar la ecuación para la variable y , para luego construir una tabla de valores escogiendo números reales para la variable x .

$$5x + 2y = 10$$

$$2y = -5x + 10$$

$$\frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}_1} = \frac{-5x}{2} + \frac{10}{2}$$

$$y = \frac{-5x}{2} + 5$$

Si queremos tener números enteros en la tabla de valores, miremos el denominador de la fracción que está multiplicada a la variable x .

El denominador es 2, así que es buena idea escoger múltiplos de 2 para sustituir en la x .

De esta manera aseguramos obtener números enteros.

x	y
-2	
0	
2	
4	

$$y = \frac{-5}{2}x + 5$$

$(-2, ?)$

$$y = \frac{-5}{2} \cdot (-2) + 5$$

$$y = \frac{10}{2} + 5$$

$$y = 5 + 5$$

$$y = 10$$

$(-2, 10)$

$$y = \frac{-5}{2}x + 5$$

$(0, ?)$

$$y = \frac{-5}{2} \cdot (0) + 5$$

$$y = \frac{0}{2} + 5$$

$$y = 0 + 5$$

$$y = 5$$

$(0, 5)$

$$y = \frac{-5}{2}x + 5$$

$(2, ?)$

$$y = \frac{-5}{2} \cdot (2) + 5$$

$$y = \frac{-10}{2} + 5$$

$$y = -5 + 5$$

$$y = 0$$

$(2, 0)$

X	y
-2	10
0	5
2	0
4	

Intercepto en eje de x

Intercepto en eje de y

$$y = \frac{-5}{2}x + 5$$

(4, ?)

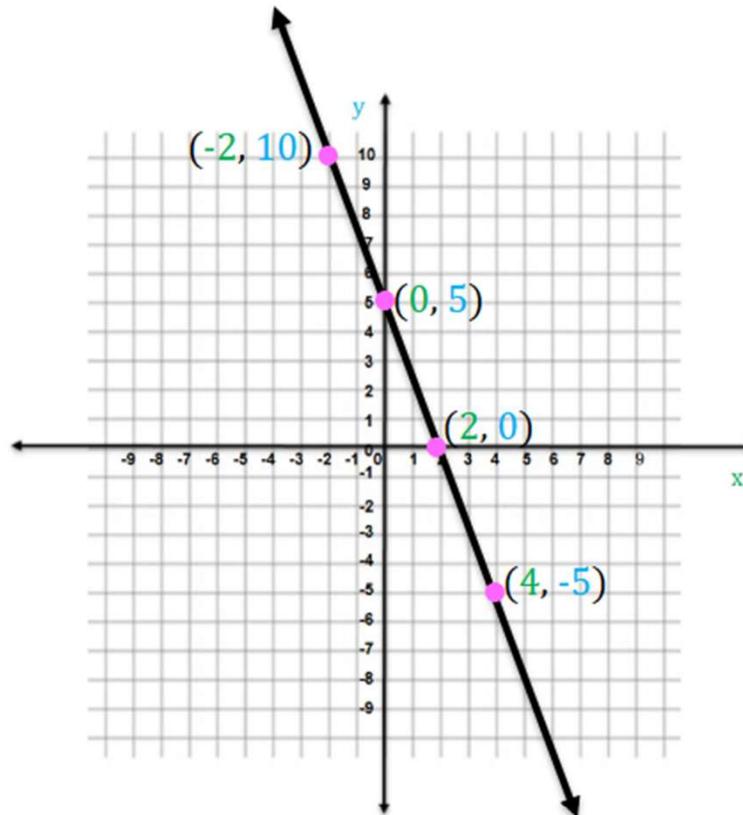
$$y = \frac{-5}{2} \cdot (4) + 5$$

$$y = \frac{-20}{2} + 5$$

$$y = -10 + 5$$

$$y = -5$$

(4, -5)



x	y
-2	10
0	5
2	0
4	-5

Intercepto
en eje de x

Intercepto
en eje de y

Gráfica de $x = 6$

Esta ecuación se puede escribir en la forma $x + 0y = 6$.

Como el coeficiente de la variable y es 0 , no importa qué número real escojamos para sustituir en la variable y , este término, $0y$, siempre va a ser 0 , por lo tanto siempre tendremos $x = 6$.

A la variable x no le podemos sustituir un número distinto de 6 porque tendremos un enunciado falso.

Imagina que escogemos para la x el número 2 , tenemos entonces $2 = 6$, un enunciado falso.

Por lo tanto, si vamos a construir una tabla de valores para esta ecuación, en la columna de la variable x podemos escribir solamente 6 , y en la columna de la variable y podemos escribir cualquier número real.

x	y
6	-5
6	-2
6	0
6	3

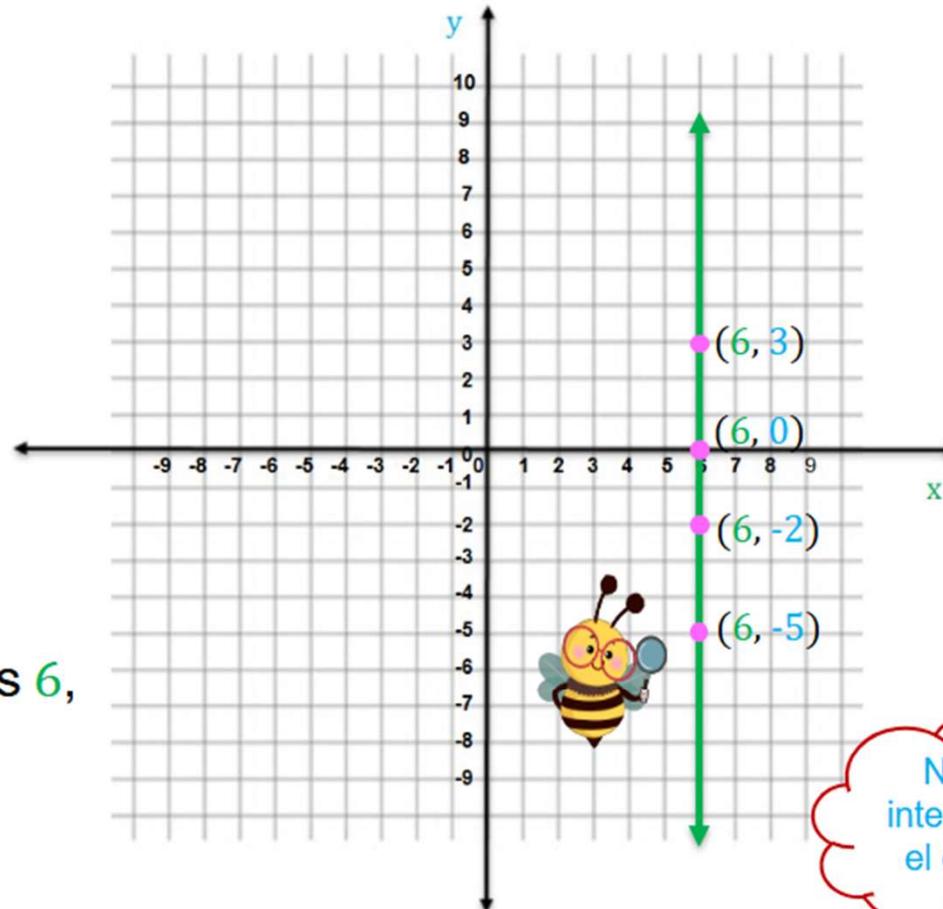
Intercepto
en eje de x

Gráfica de $x = 6$

x	y
6	-5
6	-2
6	0
6	3

Intercepto
en eje de x

Como la coordenada x de todos los pares ordenados es 6, la gráfica de esta ecuación es una **recta vertical**.



No tiene
intercepto en
el eje de y.

Gráfica de $y = -4$

Esta ecuación se puede escribir en la forma $0x + y = -4$.

Como el coeficiente de la variable x es 0 , no importa qué número real escojamos para sustituir en la variable x , este término, $0x$, siempre va a ser 0 , por lo tanto siempre tendremos $y = -4$.

A la variable y no le podemos sustituir un número distinto de -4 porque tendremos un enunciado falso.

Imagina que escogemos para la y el número 8 , tenemos entonces $8 = -4$, un enunciado falso.

Por lo tanto, si vamos a construir una tabla de valores para esta ecuación, en la columna de la variable y podemos escribir solamente -4 , y en la columna de la variable x podemos escribir cualquier número real.

x	y
-7	-4
-4	-4
0	-4
5	-4

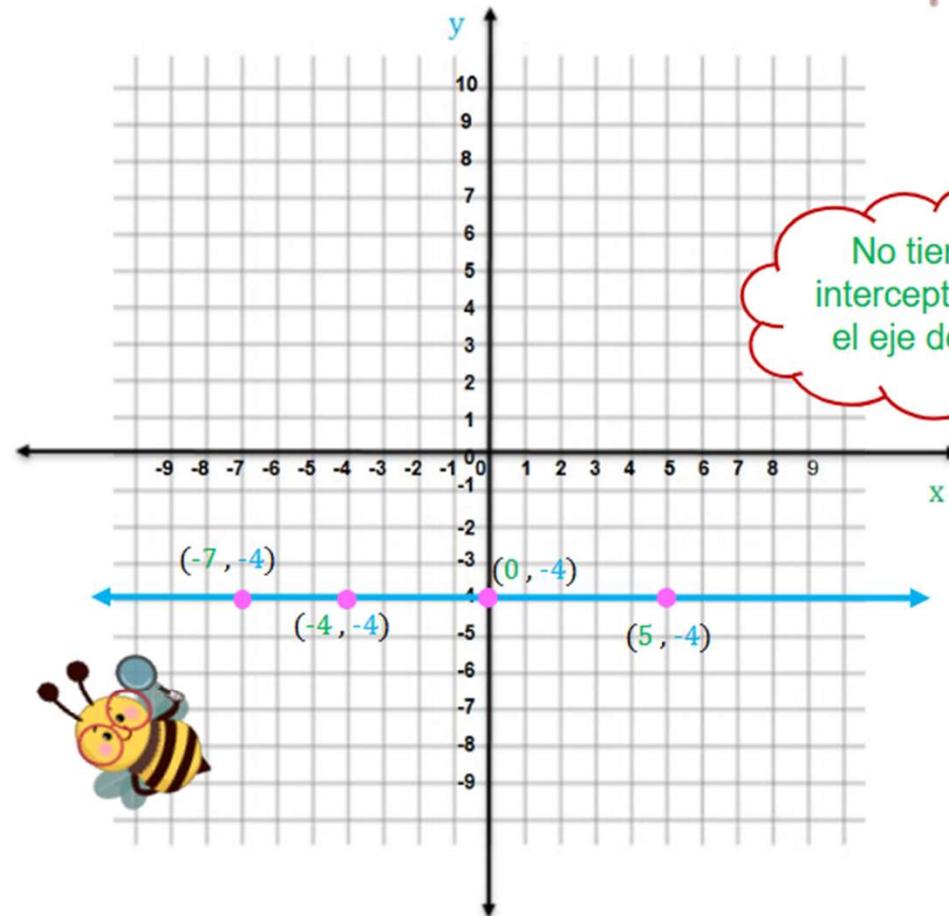
Intercepto
en eje de y

Gráfica de $y = -4$

x	y
-7	-4
-4	-4
0	-4
5	-4

Intercepto
en eje de y

Como la coordenada y de todos los pares ordenados es -4 , la gráfica de esta ecuación es una **recta horizontal**.



Referencias

Miller, Heerens & Hornsby. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. (12 ed.) México: Pearson Education

Tobey, Slater, Blair & Crawford. (2014). *Álgebra para principiantes*. (8 ed.) Pearson



Para finalizar, haga clic sobre el enlace para tomar la prueba y enviar el informe a su profesor(a):

<https://forms.office.com/r/pnCDVi2vPc>

¡Gracias por utilizar los servicios del CDCL!

Conozca más sobre nuestros servicios virtuales:

<http://generales.uprrp.edu/competencias-linguisticas/>